Вероятностный подход к определению средней кривизны поверхности положительной кривизны почти ограниченного искривления.

Д.С. Климентов, ЮФУ.

Будем придерживаться следующих обозначений: S — поверхность положительной кривизны класса C^1 с первой основной формой $I = g_{ij}dx^i dx^j$ и параметризацией $\vec{r} = \vec{r}(x^1, x^2)$. Нормаль к поверхности S будем обозначать $\vec{n} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2$. Броуновское движение на E^2 будем обозначать $B_t = (B_t^1, B_t^2)$. Не ограничивая общности будем считать, что вторая форма поверхности S приведена к изотермическому виду $II = \mu\left(dx^{1^2} + dx^{2^2}\right)$. Имеет место следующая

Теорема

На поверхности почти ограниченного искривления S на траекториях случайных процессов Z_1 и Z_2 имеет место формула для вычисления средней кривизны

$$H = \frac{\mu\left(g_{11} + g_{22}\right)}{2|I|}, \tag{1}$$

где

$$\mu(B_t^1, v)dt = \frac{(\vec{r}_{11I}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|},$$

$$\mu(u, B_t^2)dt = \frac{(\vec{r}_{22I}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|},$$

и равенство (1) верно на траекториях процессов Z_1 и Z_2 соответственно.