О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ В СИСТЕМЕ ПОЛЛИНГА С ПРЕРЫВАЕМЫМ ПУАССОНОВСКИМ ПОТОКОМ[1]

Д. И. Николаев[1,2], Ю. В. Гайдамака[1,3]

[1] *Кафедра теории вероятностей и кибербезопасности, Российский университет дружбы народов им. П. Лумумбы, Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6*

[2] *Научно-исследовательский институт телекоммуникаций, Высшая школа экономики, Россия, 123458, Москва, ул. Таллинская, д. 34*

[3] *Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН), Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 44-2*

E-mail: nikolaev-di@rudn.ru, gaydamaka-yuv@rudn.ru

Рассматривается циклическая система поллинга $M_K|GI_K|1$ с K очередями и зависящим от состояния прибора прерываемым пуассоновским потоком (state-dependent Interrupted Poisson Process). Поступление заявок (с интенсивностями λ_i) активно исключительно во время фазы переключения прибора, имеющей экспоненциальное распределение. На этапе исчерпывающего обслуживания очередей входящий поток блокируется.

Пусть $\widehat{\theta}_{i,m}$ — время, прошедшее от начала обслуживания i-й очереди до момента ухода заявки, оставляющей после себя ровно $m \geq 0$ заявок. При $m = 0$ величина $\widehat{\theta}_{i,0} \equiv \widehat{\theta}_i$ соответствует времени ухода последней заявки в пачке.

Теорема 1. *В рассматриваемой системе поллинга $M_K|GI_K|1$ время от начала фазы до завершения обслуживания последней заявки и аналогичное время для заявки, оставляющей после себя m ($m = 0, 1, 2, \ldots$) заявок в i-й очереди ($i = 1, \ldots, K$), имеют идентичное распределение:*

$$F_{\widehat{\theta}_{i,m}}(t) = F_{\widehat{\theta}_i}(t), \quad t \geq 0. \tag{1}$$

Формирование пачки заявок на экспоненциальном интервале при исчерпывающем обслуживании порождает марковское свойство «отсутствия памяти» для структуры самой пачки. В результате, условное время опустошения очереди после произвольной заявки стохастически совпадает с полным временем обслуживания всей пачки, что упрощает анализ времени пребывания заявок в системе.

Список литературы

1. Афанасьева Л. Г. Системы массового обслуживания с циклическими управляющими процессами // Кибернетика и системный анализ. — 2005. — № 1. — С. 54–68.
2. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. — М.: Физматгиз, 1961. — 524 с.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00804, `https://rscf.ru/project/24-19-00804/`.

ON THE IN-PHASE COMPLETION TIME DISTRIBUTION IN A POLLING MODEL WITH STATE-DEPENDENT INTERRUPTED POISSON ARRIVALS[1]

D. I. Nikolaev[1,2], Yu. V. Gaidamaka[1,3]

[1] *Department of Probability Theory and Cybersecurity, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russia*

[2] *HSE University, Telecommunications R&D Institute, 34 Tallinskaya St, Moscow, 123458, Russia*

[3] *Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences (FRC CSC RAS), 44-2 Vavilov St, Moscow, 119333, Russia*

E-mail: nikolaev-di@rudn.ru, gaydamaka-yuv@rudn.ru

We consider an $M_K|GI_K|1$ cyclic polling model with K queues and state-dependent Interrupted Poisson Process (IPP) arrivals. The arrival flows (with rates λ_i) are active exclusively during the exponentially distributed server switching phase. During the exhaustive service phase of the queues, all external arrivals are strictly blocked.

Let $\widehat{\theta}_{i,m}$ denote the *in-phase completion time* for a packet that leaves exactly $m \geq 0$ packets behind in queue i, defined as the time elapsed from the server's connection to the queue until this specific packet departs. For $m = 0$, $\widehat{\theta}_{i,0} \equiv \widehat{\theta}_i$ represents the completion time of the last packet in the batch.

Theorem 1. *In the described $M_K|GI_K|1$ polling system, the in-phase completion time of the last packet and the in-phase completion time of a packet that leaves exactly m ($m = 0, 1, 2, \ldots$) packets behind in queue i ($i = 1, \ldots, K$) are identically distributed:*

$$F_{\widehat{\theta}_{i,m}}(t) = F_{\widehat{\theta}_i}(t), \quad t \geq 0. \tag{2}$$

The combination of Poisson arrivals over an exponential window and exhaustive service yields a memoryless batch structure. Consequently, the residual clearance time from the perspective of an arbitrary packet is statistically identical to the total in-phase clearance time of the entire batch, fundamentally simplifying the sojourn time analysis.

References

1. Afanasyeva L. G. Queueing systems with cyclic control processes // Cybernetics and Systems Analysis. — 2005. — Vol. 41, No. 1. — P. 43–55.
2. Ditkin V. A., Prudnikov A. P. Integral transforms and operational calculus. — Oxford: Pergamon Press, 1965. — 532 p.

[1]The reported study was funded by RSF, project No. 24-19-00804, `https://rscf.ru/project/24-19-00804/`.