Переварюха А. Ю. (Санкт–Петербург, Россия) **Моделирование популяционной инвазии в уравнении со стохастически возмущенным запаздыванием.**

В предыдущей работе [1] мы предложили модель сценария деградации промысловой популяции рыб со стохастическим возмущением после выхода популяции и интервала Ω_s стабильного восполнения. Модель (1) сочетает стохастическое и детерминированное поведения в двух диапазонах, не имеющих гладкой границы. Выживаемость поколений $R = N(T)$ от $N(0) = \lambda S, S \in \Omega_S$ на интервале $t \in [0, \dots \xi, \omega \dots, T]$ описана уравнением:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha \bar{w}(\xi) N(t) + \bar{\Theta}(N(0))\beta)\, N(t), 0 < t < T. \qquad (1)$$

α, β — коэффициенты убыли? соотнесенные с динамикой роста $w(\xi)$. $\Theta(N(0)) = [1 + \exp\left(-\kappa N(0)^2\right)] \times \gamma, \lim_{N(0)\to\infty} \Theta(N(0)) = 1$ пороговое снижение эффективности воспроизводства в $S < \mathcal{L} \in \mathbb{N}$, где $\gamma \in (0, 1]$ — равномерно распределенная случайная величина. Так мы получили область малочисленной группы $\mathcal{L} \subset U_1 \in \Omega_S$, где воспроизводство обусловлено случайными факторами. Полученная на основе унимодальной зависимости $\psi(x) = \bigcup_{N(0)} N(T), N(0) \in \mathbb{Z}^+$ численных решений (1) на интервале $t \in [0, T]$ траектория итераций $x_{n+1} = \psi(x_n), x_0 < \mathcal{L}$ обладает свойством ограниченного стохастического возмущения, имитирующего действие среды на истощенную промыслом популяцию.

При анализе стремительных биологических инвазий и инфекций актуален сценарий, когда достигнутая численность $N(t) \to \mathfrak{K}$ не будет устойчивой. Стохастическое воздействие значимо в активации противоборства в состоянии высокой численности — близкой к критической для среды. При приближении к порогу начала разрушения среды наблюдается усиление противодействия, что типично для иммунного ответа организма. Время активации важно для итогового состояния, но не может быть менее τ_1. Пусть время активации варьируется случайной величиной γ в ограниченном диапазоне. Используем уравнение с возмущенным случайной величиной запаздыванием $(t - \tau_1\gamma)$:

$$\frac{dN}{dt} = rN(t)\ln\left(\frac{\mathfrak{K}}{N(t-\tau\gamma)}\right) - \frac{\delta N^2(t-\tau_1\gamma)}{\left(J - N(t)\right)^2} - qN(t), \delta > q, \gamma(\omega) \in [1, 2]. \qquad (2)$$

При приближении $N(t)$ к пороговому значению численности $J, N(0) < J < \mathfrak{K}$ развивается переход в глубокий популяционный кризис $N(t) \to 0 + \epsilon$. Сценарий преодоление популяцией кризиса с образованием колебаний $N(t) \to N_*(t), \max N_*(t) < J$ зависит от стохастических факторов. Можно показать, что подобная популяция гарантированно погибает при увеличении репродуктивного потенциала r. Теорема 1. Существует $r = \bar{r}$, что вероятность $P > 0$ для события $\lim_{t\to\bar{t}} N(t; \bar{r}\tau) = 0$ и при $r > \bar{r}$ реализуется для данного события $\lim_{t\to\infty} P = 1$. Модель (2) описывает сценарий противодействие иммунной системы развитию инфекции, которая способна превращаться в колеблющуюся хроническую при $N(t) << J$. Иммунный ответ имеет не полностью предопределенный характер из-за недетерминированной длительности этапов иммунной активации. Варьируются время презентации антигена и продолжительность подбора подходящих наивных лимфоцитов, так одни организмы справляются с инфекцией быстрее других.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Переварюха А.Ю.* "Моделирование коллапса промысловой популяции при стохастической неопределенности Теор. вероятности и её применения, 2017, Т. 62, Вып. 4, 820–821.