

**О глобальных по времени решениях одного класса  
дифференциально-алгебраических уравнений со  
случайными возмущениями**

**Д.С. Сергеева<sup>1</sup>** (Воронеж, ВГУ)  
*daha192000@mail.ru*

Предварительные сведения о производных в среднем имеются в [1,2]. Там также описана естественная модификация понятия непрерывности случайного потока на бесконечности, введенного Л.Шварцем.

Пусть матричный пучок  $\lambda L + M$  в  $\mathbb{R}^n$  регулярен и удовлетворяет условию ранг-степень (см. [3]). Тогда после применения преобразования Чистякова (см. [3]) матрицы  $L$  и  $M$  преобразуются.

Рассмотрим уравнение вида

$$\begin{cases} LD_S \xi(t) = M\xi(t) + f(t, \xi(t)) \\ D_2 \xi(t) = \bar{\Theta} \end{cases}, \quad (1)$$

где  $f(t, x) = (f_1(t, x_1, x_2), f_2(t, x_1, x_2))$  — гладкое отображение  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ . Уравнение (1) распадается на два:

$$\begin{cases} LD_S \xi_1(t) = J\xi_1(t) + f_1(t, \xi_1(t), \xi_2(t)) \\ D_2 \xi(t) = \Theta \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} LD_S \xi_2(t) = \xi_2(t) + f_2(t, \xi_1(t), \xi_2(t)) \\ D_2 \xi_2(t) = 0. \end{cases}$$

Так как  $D_2 \xi_2(t) = 0$ ,  $\xi_2$  является детерминированным процессом и при выполнении условия, введенного в [4], оказывается постоянным вектором из  $\mathbb{R}^{n-d}$ . При выполнении тех же условий из [4], существует гладкое отображение  $\bar{f}(t) : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ , такое, что  $f_1(t, x_1, x_2) = \bar{f}(t, x_1)$ . Таким образом, (1) сводится к

$$\begin{cases} LD_S \xi_1(t) = J\xi_1(t) + \bar{f}(t, \xi_1(t)) \\ D_2 \xi(t) = \Theta. \end{cases} \quad (2)$$

В [5] показано, что при введенных выше условиях уравнение (2) имеет решение, если начальное условие является случайным элементом с гладкой и нигде не равной нулю плотностью распределения.

---

<sup>1</sup>© Сергеева Д.С., 2021

**Теорема.** Для того, чтобы и прямой, и обратный потоки, порожденные уравнением (1), были одновременно полны и непрерывны на бесконечности, необходимо и достаточно, чтобы на  $[0, \infty) \times \mathbb{R}^d$  существовали положительные гладкие собственные функции  $u(t, x)$  и  $\bar{u}(t, x)$  такие, что при всех  $(t, x)$  выполняются неравенства  $(\frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{A})u < C$  и  $(-\frac{\partial}{\partial t} + \bar{\mathcal{A}})\bar{u} < \bar{C}$  для некоторых положительных констант  $C$  и  $\bar{C}$ , где  $\mathcal{A}$  и  $\bar{\mathcal{A}}$  — генераторы прямого и обратного потоков, порожденных уравнением (2).

#### Литература

1. Gliklikh Yu.E. Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics / Yu.E. Gliklikh. — London : Springer-Verlag, 2011. — XXIII+436 p.
2. Гликлик Ю.Е. Производные в среднем случайных процессов и их применения / Ю.Е. Гликлик. — Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2016. — 194 с.
3. Чистяков В.Ф. Избранные главы теории алгебро-дифференциальных систем / В.Ф. Чистяков, А.А. Щеглова. — Новосибирск: Наука, 2003. — 317 с.
4. Филипковская М.С. Об условиях глобальной разрешимости дифференциально-алгебраических уравнений / М.С. Филипковская // Материалы международной конференции «Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна». — Воронеж : ВГУ. — 2014. — С. 362–372.
5. Азарина С.В. О разрешимости неавтономных стохастических дифференциальных уравнений с текущими скоростями / С.В. Азарина, Ю.Е. Гликлик // Математические заметки. — 2016. — Т. 100, № 1. — С. 3–12.