

М.Илолов, С.М.Лашкарбеков, Дж.Ш.Рахматов

Национальная академия наук Таджикистана, Душанбе

О дробных стохастических нечетких дифференциальных уравнениях

Пусть X сепарабельное рефлексивное мартингалное банахово пространство, $\mathcal{F}(X)$ - класс всех нечетких подмножеств из X , $\mathcal{F}_c^b(x)$ -класс всех нечетких выпуклых ограниченных подмножеств, $D_X(u, v)$ -равномерная метрика Хаусдорфа и $D_X^S(u, v)$ -метрика Скорохода для любых $u, v \in \mathcal{F}_c^b(X)$, $\mathcal{FL}_c^b(X)$ -класс нечетких подмножеств вида $\mathcal{FL}_c^b = \{u \in \mathcal{F}_c^b(x): \alpha \rightarrow [u]_\alpha \text{ непрерывное слева отображение относительно метрики Хаусдорфа } H_X\}$, $B(X, X)$ - пространство всех линейных ограниченных операторов из X в X .

Рассмотрим дробное стохастическое нечеткое дифференциальное уравнение в форме интегрального уравнения

$$x(t) = \varphi(t) \oplus \int_0^t (t-s)^{1-\alpha} f(s, x(\xi)) ds \oplus \oplus \int_0^t (t-s)^{1-\alpha} g(s, x(\xi)) dW(s), t \in I = [0, T], \quad (1)$$

где $\varphi: I \times \Omega \rightarrow \mathcal{FL}_c^b(x)$, $f: I \times \Omega \times \mathcal{FL}_c^b(x) \rightarrow \mathcal{FL}_c^b(x)$, $g: I \times \mathcal{FL}_c^b(x) \rightarrow B(X, X)$, $W: I \times \Omega \rightarrow X$ – значный процесс Винера на полном вероятностном пространстве (Ω, A, P) с фильтрацией $\{A_t\}$.

Предположим, что выполнены следующие условия:

(a) φ является упреждающим D_X -непрерывным нечетким стохастическим процессом, таким, что $\mathbb{E} \sup_{t \in I} |[\varphi(t)]_0|^2 < \infty$;

(b) f $N \otimes \beta_{D_X^S} | \beta_{D_X^S}$ и $N \otimes \beta_{D_X^S} | \sigma(B(X, X))$ -измеримые отображения;

(c) существует постоянная $K > 0$ такая, что неравенства

$$D_X^2(f(t, \omega, u), f(t, \omega, v)) < K D_X^2(u, v), \forall t \in I, \forall u, v \in \mathcal{FL}_c^b(x),$$

$$\|g(t, \omega, u) - g(t, \omega, v)\|_{L^2(X, X)}^2 \leq K D_X^2(u, v), \forall t \in I, \forall u, v \in \mathcal{FL}_c^b(x)$$

P - почти наверное выполняются;

(d) существует постоянная $M > 0$ такая, что неравенство

$$\max \{ | [f(t, \omega, \ll \Theta_x \gg)]_0 |_{D_X}^2, \|g(t, \omega, \ll \Theta_x \gg)\|_{L^2(X, X)}^2 \} \leq M$$

P -почти навверное выполняется.

Справедлива

Теорема. Пусть выполнены условия (a)-(d). Тогда нечеткое дробное стохастическое уравнения (1) имеет единственное решение.

В случае нечетких уравнений целого порядка производной, близкие результаты получены в [1]. Стохастические уравнения с белым шумом Балакришнана изучены в работах [2,3].

Литература

[1] Marek T. Malinowski. Set-valued and fuzzy stochastic differential equations in M-type 2 Banach spaces, Tohoku Math. J. 67(2015), 349-381

[2] Ilolov M., Lashkarbekov S., Rahmatov J.Sh. Fractional stochastic evolution equations with Balakrishnan's white noise. Global and Stochastic Analysis Vol. 9 No. 3 (2022), p. 53-70.

[3] Ilolov M., Rahmatov J.Sh., Lashkarbekov S. Stochastic equation of a porous medium with fractional Laplacian and white noise. Stochastic Modelling and Computational Sciences Vol. 3 No. 2 (December 2023), 171-187